Classeur de géométrie
3ème

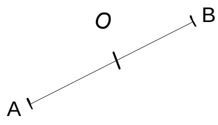
Pour démontrer que ….

Pour calculer ….

Un point est le milieu d'un segment

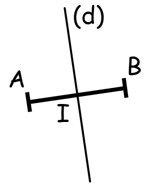
- **Utiliser une symétrie centrale**

Les points A et B sont symétriques
par rapport au point O
donc O est le milieu du segment [AB].



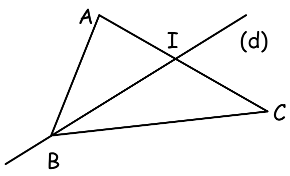
- **Utiliser une médiatrice**

(d) est la médiatrice du segment [AB]
donc (d) coupe [AB] en son milieu I.



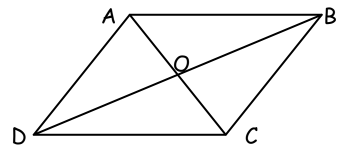
- **Utiliser une médiane**

Dans le triangle ABC, la droite
(d) est la médiane issue de B
donc (d) passe par le milieu I
du côté correspondant [AC].



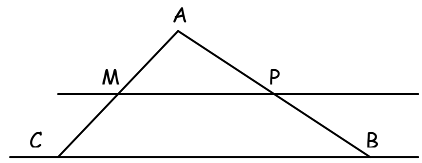
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme (ou un rectangle ou un losange ou un carré)
donc ses diagonales
[AC] et [BD] se coupent
en leur milieu O.



- **Appliquer un des théorèmes des milieux**

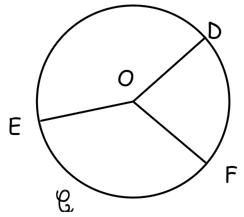
Dans le triangle ABC, la droite (MP) passe par le milieu M du
côté [AC] et (MP) est parallèle à un deuxième côté [BC].
Donc (MP) coupe le troisième côté [AB] en son milieu P.



Un point est sur un cercle

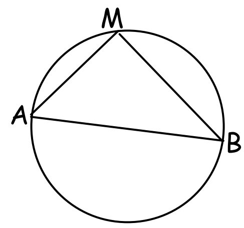
- **Utiliser des distances égales**

OD = OE = OF = 2 cm
donc les points D, E et F sont sur le même
cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2 cm.



- **Utiliser un triangle rectangle**

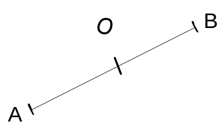
Le triangle ABM est rectangle en M
donc M appartient au cercle de diamètre [AB].
Par conséquent, le cercle circonscrit au triangle ABM est le
cercle de diamètre [AB] et a pour centre le milieu du segment
[AB].



Un point est l'image d'un autre par

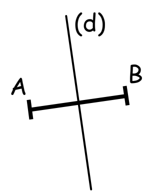
- **Utiliser une symétrie centrale**

O est le milieu du segment [AB]
donc B est le symétrique de A par
rapport au point O.
On peut aussi dire que B est
l'image du point A par la symétrie
de centre O.



- **Utiliser une symétrie orthogonale**

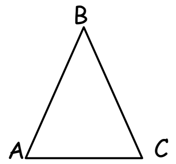
(d) est la médiatrice du segment [AB]
donc B est le symétrique de A par
rapport à (d).
On peut aussi dire que B est l'image
de A par la symétrie orthogonale
d'axe (d).



Des distances sont égales

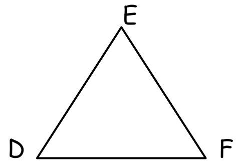
- **Utiliser un triangle isocèle**

Le triangle ABC est isocèle en B
donc BA=BC.



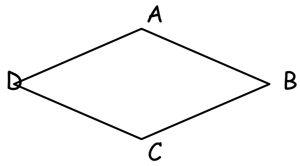
- **Utiliser un triangle équilatéral**

Le triangle DEF est équilatéral
donc DE=EF=FD.



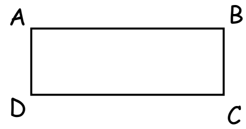
- **Utiliser un losange**

ABCD est un losange (ou un carré)
donc AB=BC=CD=DA.



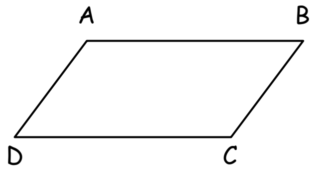
- **Utiliser un rectangle**

ABCD est un rectangle (ou un carré)
donc ses diagonales [AC] et [DB] ont la même longueur.



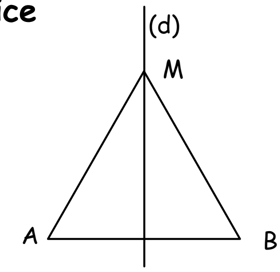
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme (ou un rectangle ou un losange ou un carré)
donc ses côtés opposés [AB] et [DC], ainsi que [AD] et [BC], sont de la même longueur.



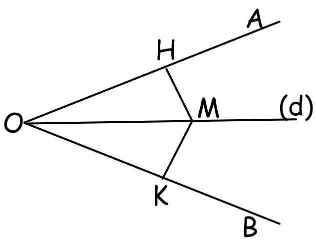
- **Utiliser une médiatrice**

M appartient à la médiatrice (d) du segment [AB]
donc M est équidistant des extrémités A et B de [AB].
Par conséquent MA = MB.



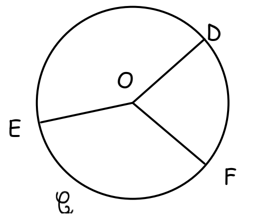
- **Utiliser une bissectrice**

Le point M appartient à la bissectrice (d) de l'angle $\widehat{AOB}$.
Donc M est équidistant des côtés [OA) et [OB) de $\widehat{AOB}$.
Par conséquent MH = MK.



- **Utiliser un cercle**

Les points D, E, F sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O
donc les distances OD, OE, OF sont égales au rayon de ce cercle.

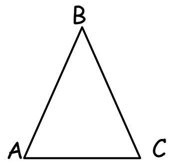


Deux angles sont égaux

- **Utiliser un triangle isocèle**

ABC est isocèle en B

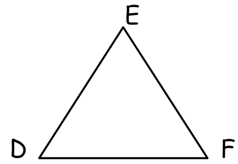
donc $\widehat{BAC}=\widehat{ACB}$



- **Utiliser un triangle équilatéral**

DEF est équilatéral

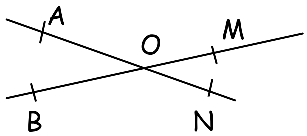
donc $\widehat{DEF}=\widehat{EFD}=\widehat{FDE}=60°$



- **Utiliser des angles opposés par le sommet**

On sait que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$ sont opposés par le sommet

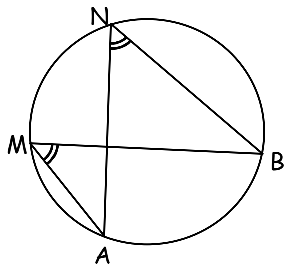
donc $\widehat{AOB}$ = $\widehat{MON}$



- **Utiliser un cercle**

Les angles inscrits $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$

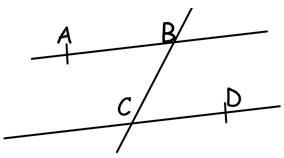
donc $\widehat{AMB}$ = $\widehat{ANB}$.



- **Utiliser deux droites et une sécante**

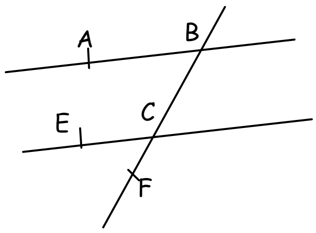
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les deux droites (AB) et (CD) parallèles et la sécante (BC)

donc $\widehat{ABC}$ = $\widehat{BCD}$.



$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECF}$ sont deux angles correspondants formés par les deux droites (AB) et (EC) parallèles et la sécante (BC)

donc $\widehat{ABC}$ = $\widehat{ECF}$.

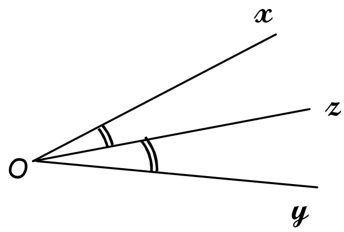


- **Utiliser une bissectrice**

La droite (Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$

donc cette droite (Oz) partage cet angle $\widehat{xOy}$

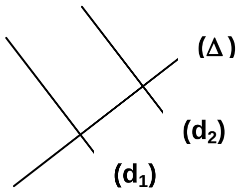
en deux angles égaux $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$.



Deux droites sont parallèles

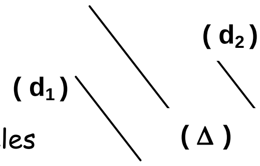
- **Utiliser deux droites perpendiculaires**

$(d_1) \perp (\Delta)$ et $(d_2) \perp (\Delta)$
donc (d_1) // (d_2)
Ou :
Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à la droite (Δ).
Donc (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.



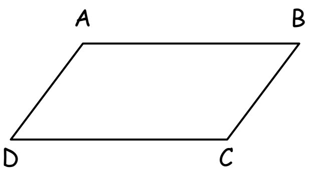
- **Utiliser deux droites parallèles**

(d_1) // (Δ) et (d_2) // (Δ)
donc (d_1) // (d_2)
Ou :
Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles à la droite (Δ).
Donc (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.



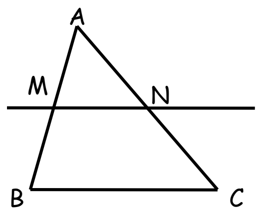
- **Utiliser un parallélogramme**

ABCD est un parallélogramme (ou un rectangle ou un losange ou un carré) donc ses côtés opposés [AB] et [DC], ainsi que [AD] et [BC], sont parallèles.



- **Appliquer le théorème des milieux**

Dans le triangle ABC,
la droite (MN) passe par les milieux M et N des côtés [AB] et [AC]
donc (MN) est parallèle au troisième côté [BC].



- **Appliquer la réciproque du théorème de Thalès**

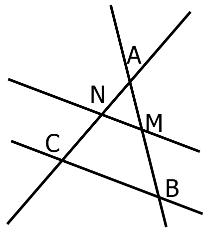
Comparons $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$:

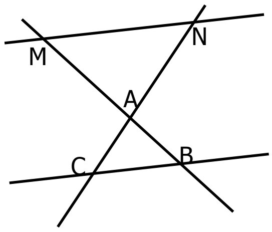
$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$

$\frac{AN}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

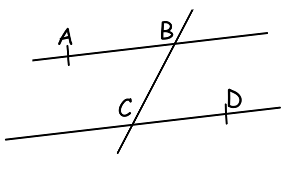
Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ donc, d'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



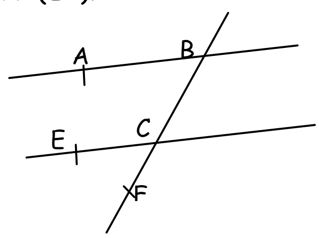


- **Utiliser une sécante**

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les deux droites (AB) et (CD) et la sécante (BC) et $\widehat{ABC} = \widehat{BCD}$
donc (AB) // (CD).



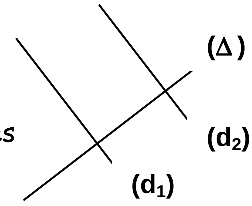
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECF}$ sont deux angles correspondants formés par les deux droites (AB) et (EC) et la sécante (BC) et $\widehat{ABC} = \widehat{ECF}$
donc (AB) // (EC).



Deux droites sont perpendiculaires ou un angle est droit

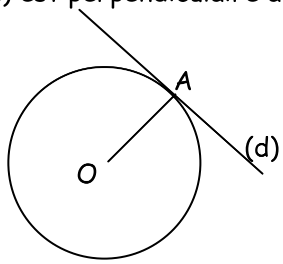
- **Utiliser trois droites**

$(d_1) // (d_2)$ et $(d_1) \perp (\Delta)$
donc $(d_2) \perp (\Delta)$
Ou :
Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et la droite (Δ) est perpendiculaire à (d_1)
donc (Δ) est perpendiculaire à (d_2)



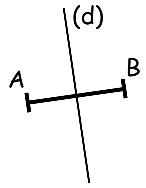
- **Utiliser une tangente à un cercle**

La droite (d) est tangente au cercle de centre O au point A
donc (d) est perpendiculaire à (OA).



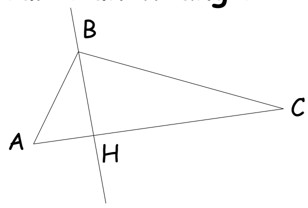
- **Utiliser une médiatrice**

(d) est la médiatrice de [AB]
donc (d) $\perp$ [AB].



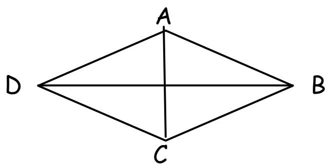
- **Utiliser une hauteur d'un triangle**

(BH) est la hauteur issue de B dans le triangle ABC
donc (BH) $\perp$ (AC).



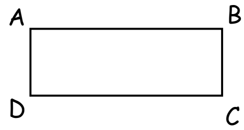
- **Utiliser un losange**

ABCD est un losange
donc ses diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires.



- **Utiliser un rectangle**

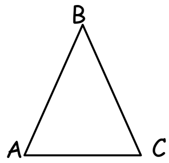
ABCD est un rectangle
donc ses quatre angles sont droits.
Par conséquent : (AB) $\perp$(AD).



Un triangle est isocèle

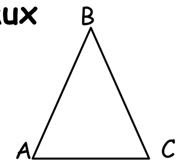
- **Utiliser deux côtés égaux**

BA=BC
donc le triangle ABC est isocèle en B



- **Utiliser deux angles égaux**

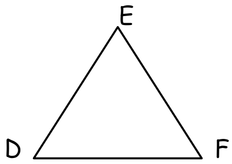
$\widehat{BAC}=\widehat{ACB}$
donc le triangle ABC est isocèle en B.



Un triangle est équilatéral

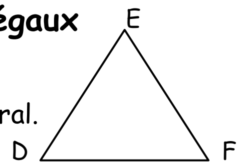
- **Utiliser trois côtés égaux**

DE=EF=FD
donc le triangle DEF est équilatéral.



- **Utiliser des angles égaux**

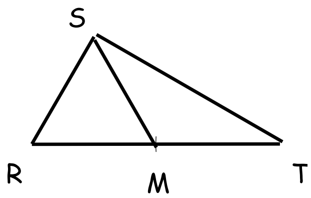
$\widehat{DEF}=\widehat{EFD}=\widehat{FDE}=60°$
donc le triangle DEF est équilatéral.



Un triangle est rectangle

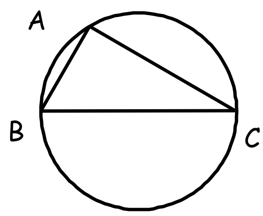
- **Utiliser des distances égales**

La longueur SM de la médiane issue de S est égale à la moitié du côté [RT]
donc le triangle SRT est rectangle en S.



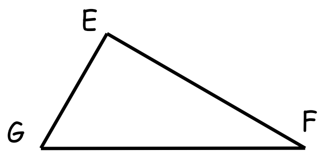
- **Utiliser un cercle**

A appartient au cercle de diamètre [BC]
donc ABC est rectangle en A.



- **Utiliser des distances**

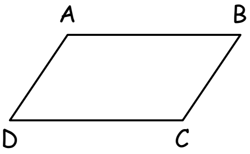
D'une part : [FG] est le côté le plus long et $FG^2 = 5^2 = 25$
D'autre part : $EG^2 + EF^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
Donc $FG^2 = EG^2 + EF^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle EFG est rectangle en E.



Un quadrilatère est un parallélogramme

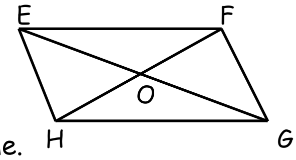
- **Utiliser des côtés parallèles**

ABCD a ses côtés opposés [AB] et [CD], [BC] et [AD], deux à deux parallèles
donc ABCD est un parallélogramme.



- **Utiliser le milieu commun de deux segments**

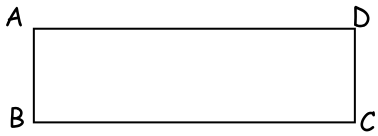
EFGH a ses diagonales [EG] et [FH] qui se coupent en leur milieu O
donc EFGH est un parallélogramme.



Un quadrilatère est un rectangle

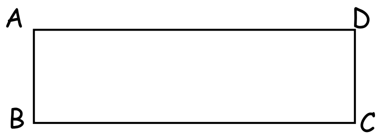
- **Utiliser des angles droits**

ABCD a trois angles droits
donc ABCD est un rectangle.



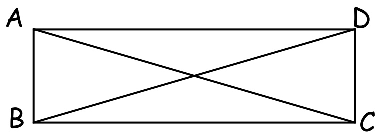
- **Utiliser un parallélogramme et un angle droit**

ABCD est un parallélogramme et possède un angle droit
donc ABCD est un rectangle.



- **Utiliser les diagonales d'un parallélogramme**

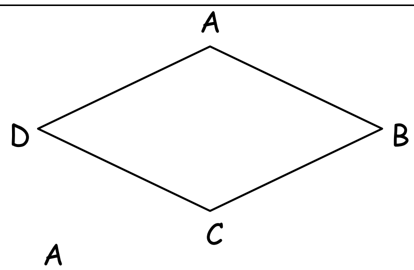
ABCD est un parallélogramme dont les diagonales [AC] et [BD] sont égales
donc ce quadrilatère ABCD est un rectangle.



Un quadrilatère est un losange

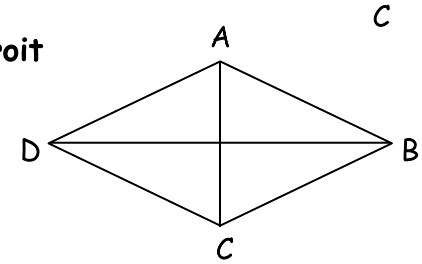
- **Utiliser des distances égales**

ABCD a ses quatre côtés égaux AB=BC=CD=DA
donc ABCD est un losange.



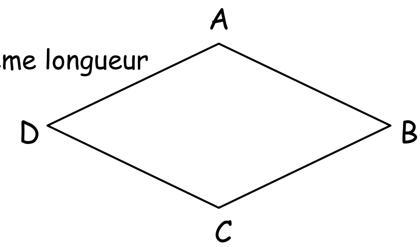
- **Utiliser un parallélogramme et un angle droit**

ABCD est un parallélogramme et a ses diagonales [AC] et [BD] perpendiculaires
donc ABCD est un losange.



- **Utiliser un parallélogramme et des distances égales**

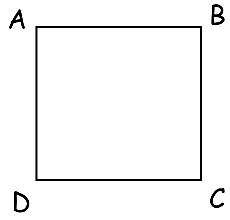
ABCD est un parallélogramme et il a deux côtés consécutifs [AD] et [DC] de la même longueur
donc ABCD est un losange.



Un quadrilatère est un carré

- **Utiliser un rectangle et un losange**

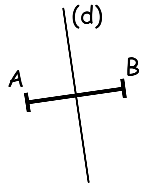
ABCD est un losange et un rectangle
donc ABCD est un carré.



Une droite est une médiatrice

- **Utiliser une droite perpendiculaire et un milieu**

(d) est perpendiculaire à la droite (AB) et (d) coupe le segment [AB] en son milieu I
donc (d) est la médiatrice du segment [AB].



- **Utiliser un triangle isocèle**

Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle équilatéral**

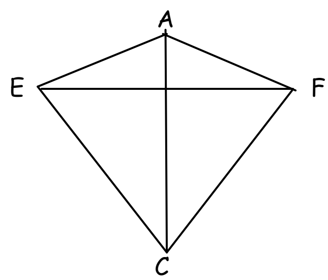
Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle quelconque**

Voir fiche 11

- **Utiliser des distances égales**

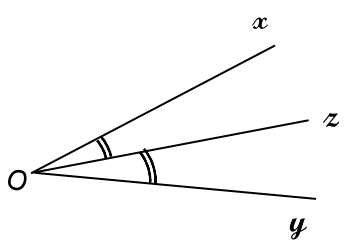
AE=AF
donc A appartient à la médiatrice de [EF].
CE=CF
donc C appartient à la médiatrice de [EF].
Par conséquent la droite (AC) est la médiatrice du segment [EF].



Une droite est une bissectrice

- **Utiliser des angles égaux**

La droite (Oz) partage l'angle $\widehat{xOy}$ en deux angles égaux $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$
donc (Oz) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.



- **Utiliser un triangle isocèle**

Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle équilatéral**

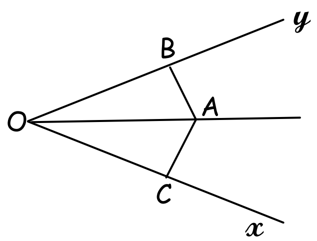
Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle quelconque**

Voir fiche 11

- **Utiliser des distances égales**

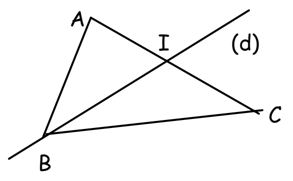
A est équidistant des deux côtés (Ox) et (Oy) de $\widehat{xOy}$
donc A appartient à la bissectrice de $\widehat{xOy}$.
Par conséquent, (OA) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$.



Une droite est une médiane

- **Utiliser la définition**

Dans le triangle ABC, la droite (BI) passe par le sommet B et par le milieu I du côté opposé [AC]
donc (BI) est la médiane issue de B dans le triangle ABC.



- **Utiliser un triangle isocèle**

Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle équilatéral**

Voir fiche 11

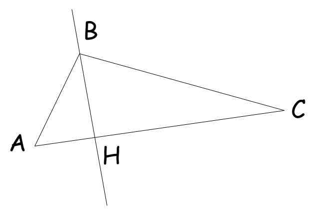
- **Utiliser un triangle quelconque**

Voir fiche 11

Une droite est une hauteur

- **Utiliser la définition**

Dans le triangle ABC, (BH) passe par le sommet B et est perpendiculaire au côté opposé [AC]
donc (BH) est la hauteur issue de B dans le triangle ABC.



- **Utiliser un triangle isocèle**

Voir fiche 11

- **Utiliser un triangle équilatéral**

Voir fiche 11

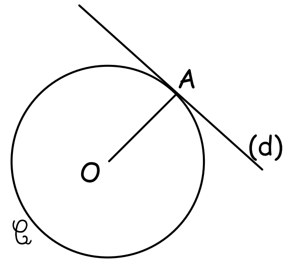
- **Utiliser un triangle quelconque**

Voir fiche 11

Une droite est une tangente à un cercle

- **Utiliser des droites perpendiculaires**

(d) passe par un point A d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et (d) est perpendiculaire à la droite (OA).
Donc (d) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A.



Une droite est remarquable dans un triangle

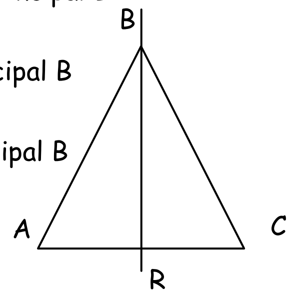
- **Utiliser un triangle isocèle et une droite remarquable**

a) Dans le triangle ABC isocèle en B, la droite (BR) est la bissectrice issue du sommet principal B donc (BR) est la hauteur issue de B, la médiane issue de B et la médiatrice de [AC].

b) Dans le triangle ABC isocèle en B, la droite (BR) est la médiane issue du sommet principal B donc (BR) est la bissectrice issue de B, la hauteur issue de B et la médiatrice de [AC].

c) Dans le triangle ABC isocèle en B, la droite (BR) est la hauteur issue du sommet principal B donc (BR) est la bissectrice issue de B, la médiane issue de B et la médiatrice de [AC].

d) Dans le triangle ABC isocèle en B, la droite (BR) est médiatrice de [AC] donc (BR) est la bissectrice issue de B, la hauteur issue de B et médiane issue de B.



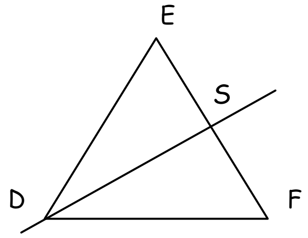
- **Utiliser un triangle équilatéral et une droite remarquable**

a) Dans le triangle DEF équilatéral, la droite (DS) est la bissectrice issue de D donc (DS) est la hauteur issue de D, la médiane issue de D et la médiatrice de [EF].

b) Dans le triangle DEF équilatéral, la droite (DS) est la médiane issue de D donc (DS) est la bissectrice issue de D, la hauteur issue de D et la médiatrice de [EF].

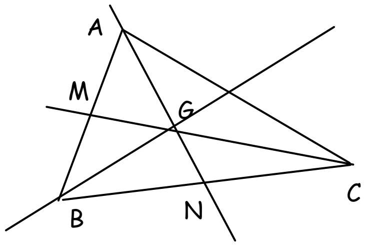
c) Dans le triangle DEF équilatéral, la droite (DS) est la hauteur issue de D. donc (DS) est la bissectrice issue de D, la médiane issue de D et la médiatrice de [EF]

d) Dans le triangle DEF équilatéral, la droite (DS) est la médiatrice de [EF] donc (DS) est la bissectrice issue de D, la hauteur issue de D et la médiane issue de D.



- **Utiliser un triangle quelconque et deux droites remarquables**

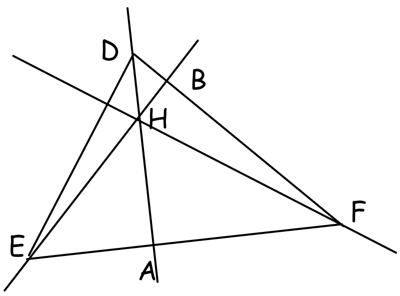
a) Dans le triangle ABC, deux médianes (AN) et (C M) se coupent en G
donc la 3ème médiane passe aussi par G.
Par conséquent, (BG) est la troisième médiane.

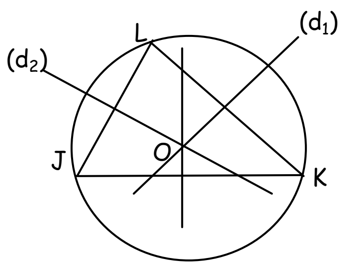


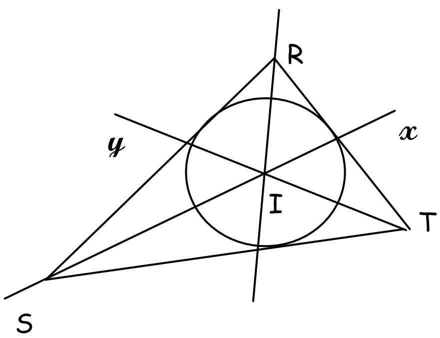
b) Dans le triangle DEF, deux hauteurs (DA) et (EB) se coupent en H
donc la 3ème hauteur passe aussi par H.
Par conséquent, (FH) est la troisième hauteur.

c) Dans le triangle JKL, deux médiatrices (d_1) et (d_2) se coupent en O
donc la 3ème médiatrice passe aussi par O.

d) Dans le triangle RST, deux bissectrices (Sx) et (Ty) se coupent en un point I
donc la 3ème bissectrice passe aussi par I.
Par conséquent, (RI) est la 3ème bissectrice.



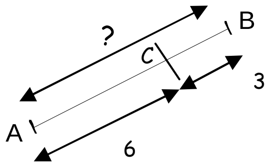




Calculer une distance

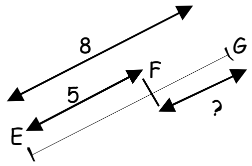
• Somme de deux distances

$C \in [AB]$
Donc $AB = AC + CB$
$AB = 6 + 3$
$AB = 9$



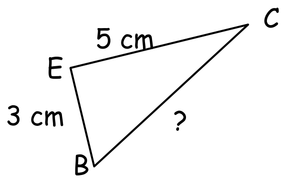
• Différence de deux distances

Les points E, F, G sont alignés dans cet ordre
donc $FG = EG - EF$
$FG = 8 - 5$
$FG = 3$

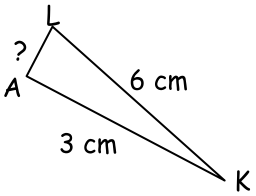


• Appliquer le Appliquer le théorème de Pythagore

Le triangle BEC est rectangle en E
donc, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = EB^2 + EC^2$



Le triangle LAK est rectangle en A
donc d'après le théorème de Pythagore :
$KL^2 = AK^2 + AL^2$



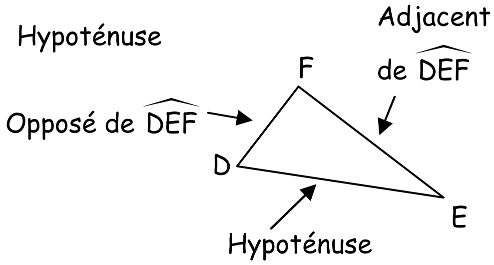
• Appliquer la trigonométrie : SOH CAH TOA

Le triangle DEF est rectangle en F

donc $\cos \widehat{DEF} = \dfrac{EF}{ED}$ ← Adjacent ← Hypoténuse

$$\frac{\cos 40}{1} = \frac{3}{ED}$$

$$ED = \frac{1 \times 3}{\cos 40}$$



Le triangle DEF est rectangle en F

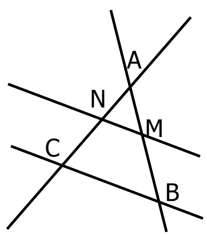
donc $\sin \widehat{DEF} = \dfrac{FD}{ED}$ ← Opposé ← Hypoténuse

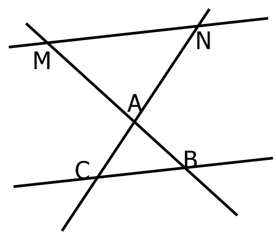
et $\tan \widehat{DEF} = \dfrac{FD}{EF}$ ← Opposé ← Adjacent

• Appliquer le théorème de Thalès

Les triangles ABC et AMN sont tels que
• les points A, B, M sont alignés
• les points A, C, N sont alignés
• les droites (MN) et (CB) sont parallèles
donc d'après le théorème de Thalès :

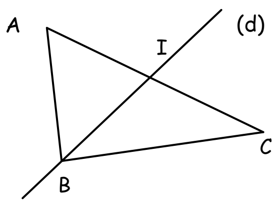
$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{CB}$$





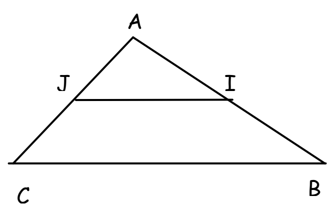
• Utiliser un triangle rectangle

Dans le triangle ABC rectangle en B,
le segment [BI] est la médiane issue de B
donc sa longueur BI est égale à la moitié de l'hypoténuse [AC].



• Utiliser le segment des milieux

Dans le triangle ABC,
[IJ] a pour extrémités les milieux I et J des côtés [AB] et [AC]
donc IJ= BC:2.



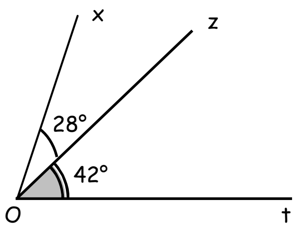
Calculer un angle

- **Somme de deux angles**

$\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt}$

$\widehat{xOt} = 28 + 42$

$\widehat{xOt} = 70°$

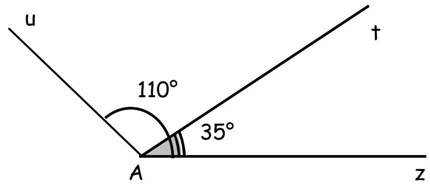


- **Différence de deux angles**

$\widehat{uAt} = \widehat{uAz} - \widehat{tAz}$

$\widehat{uAt} = 110 - 35$

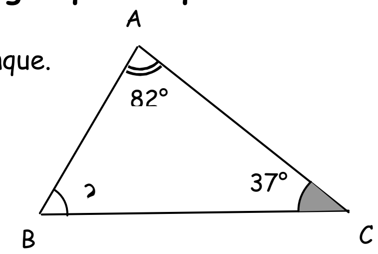
$\widehat{uAt} = 75°$



- **Utiliser un triangle quelconque**

ABC est un triangle quelconque.

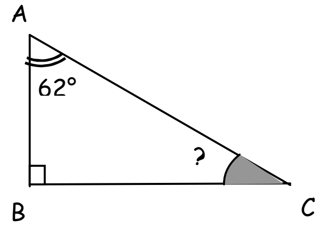
Donc $\widehat{ABC} = 180 - (82 + 37)$



- **Utiliser un triangle rectangle**

Le triangle ABC est rectangle en B.

Donc $\widehat{ABC} = 90 - 62$



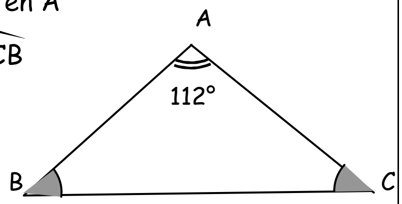
- **Utiliser un triangle isocèle**

Le triangle ABC est isocèle en A

donc ses angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux.

Par conséquent :

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \dfrac{180 - 112}{2}$

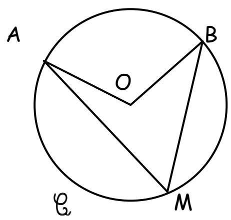


- **Utiliser un cercle**

L'angle inscrit $\widehat{AMB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$ alors l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est égal à la moitié de l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

Par conséquent :

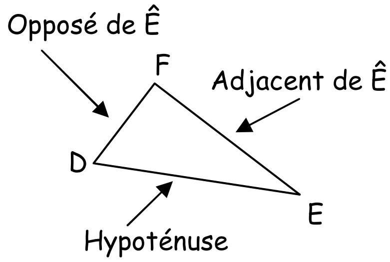
$\widehat{AMB} = \widehat{AOB} \div 2$



- **Appliquer la trigonométrie : SOH CAH TOA**

Le triangle DEF est rectangle en F.

Donc $\cos \widehat{DEF} = \dfrac{EF}{ED}$ ← Adjacent ← Hypoténuse



Le triangle DEF est rectangle en F.

Donc $\sin \widehat{DEF} = \dfrac{FD}{ED}$ ← Opposé ← Hypoténuse

$\tan \widehat{DEF} = \dfrac{FD}{EF}$ ← Opposé ← Adjacent